1 Montrer, dans chacun des cas, que la fonction f réalise une bijection de l'intervalle I sur un intervalle J que l'on précisera. Déterminer $f^{-1}(x)$ pour tout x de J.

1. $f(x)=1-4x$; $I=]-\infty,1]$.

2. $f(x)=x^2-4x+1$; $I=[2,+\infty[$.

3. $f(x)=\dfrac{2x-1}{x+1}$; $I=]-1,+\infty[$.

4. $f(x)=\sqrt{x-3}+x$; $I=[3,+\infty[$.

2 Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=ax+b$ où a et b sont deux réels tels que $a\neq 0$.

1. Montrer que g réalise une bijection de $\mathbb{R}$ sur $\mathbb{R}$.
2. Déterminer a et b pour que $g^{-1}=g$.

3 Soit f la fonction définie sur $[0,1]$ par $f(x)=\dfrac{1}{2}x^4-x^2$.

1. Etudier f et tracer sa courbe représentative C_f dans un repère orthonormé.
2. a. Montrer que f réalise une bijection de $[0,1]$ sur un intervalle J que l'on précisera.
b. Tracer dans le même repère la courbe représentative de sa fonction réciproque f^{-1}.
c. Déterminer $f^{-1}(x)$ pour tout x de J.

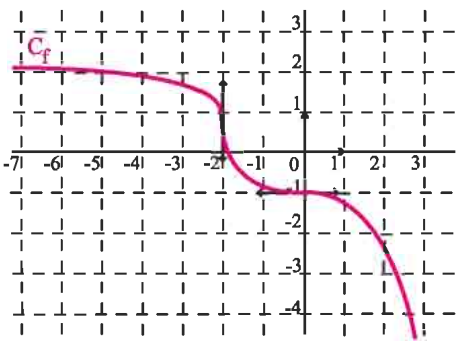
4 Soit f la fonction définie sur $[0,1]$ par $f(x)=\cos(\pi x)$.

1. Montrer que f réalise une bijection de $[0,1]$ sur un intervalle J que l'on précisera.
2. Tracer dans le même repère les courbes représentatives de chacune des fonctions f et f^{-1}.
3. Montrer que pour tout x de J, $f^{-1}(x)+f^{-1}(-x)=1$. Interpréter graphiquement.

5 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}_+$ par $f(x)=\sqrt{x}+\sqrt{4+x}$ et C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

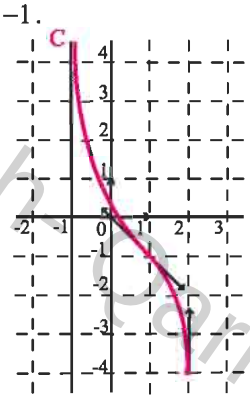
1. Etudier la dérivabilité de f en 0.
2. a. Montrer que f réalise une bijection de $\mathbb{R}_+$ sur un intervalle J que l'on précisera.
Etudier la dérivabilité de f^{-1} sur J.
b. Tracer C_f et $C_{f^{-1}}$ dans $(O,\vec{i},\vec{j})$.

6 Le graphique ci-dessous représente la courbe d'une fonction f bijective de $\mathbb{R}$ sur $\mathbb{R}$.



On désigne par g la fonction réciproque de f.
1. Que peut-on dire de la dérivabilité de g en -1 et en 1 ?
2. Dresser le tableau de variation de g.
3. Reproduire la courbe de f et représenter dans le même repère la courbe de g.

7 Le graphique ci-dessous représente la courbe C d'une fonction f bijective de $]-1,2]$ sur $[-4,-\infty[$.
La courbe C admet une asymptote verticale d'équation $x=-1$.



On désigne par g la fonction réciproque de f.
1. Que peut-on dire de la dérivabilité de g en -1 et en -4 ?
2. Dresser le tableau de variation de g.
3. Reproduire la courbe de f et représenter dans le même repère la courbe de g.

Qarray.tn - Aqra Blech Qarray.tn